

PIRELLA GÖTTSCHE LOWE  
**MATEMATICA**  
 A SCUOLA:  
 TEORIE ED ESPERIENZE



E. Fischbein - G. Vergnaud

**MATEMATICA A SCUOLA:  
 TEORIE ED ESPERIENZE**

180 pagg., l.to 17 x 24 cm, L. 23.000

Due dei più grandi esperti internazionali di problemi di didattica della matematica, propongono interventi teorici con forti risvolti concreti.

Un vero e proprio manuale per chi si occupa della didattica della matematica.

ALLA SCOPERTA DELLA  
**MATEMATICA**  
 PER UNA DIDATTICA PIÙ VIVA



Bruno D'Amore (a cura di)

**ALLA SCOPERTA  
 DELLA MATEMATICA,  
 PER UNA DIDATTICA  
 (PIÙ) VIVA**

148 pagg., l.to 17 x 24 cm, L. 23.000

Il volume raccoglie gli Atti del Convegno Nazionale «Incontri con la Matematica n. 7», tenutosi a Castel San Pietro Terme nel novembre 1993. I relatori presentano, ciascuno nel suo campo, un'immagine non consueta della Matematica che va dalla magia dei quadrati, all'arte delle bolle, dalla filosofia al problem solving. Un raccolta di suggerimenti didattici per quegli insegnanti che sentono sempre più «stretto» e soffocante l'ambito nel quale si svolge la didattica della Matematica.

**MATEMATICA - DIFFICOLTÀ**

Handicap mentale  
 e difficoltà di apprendimento



M. Pertichino - P. Sandri  
 (a cura di)

**HANDICAP MENTALE E  
 DIFFICOLTÀ DI  
 APPRENDIMENTO**

100 pagg., l.to 17 x 24 cm, L. 15.000

Questo volume presenta gli Atti del Convegno Nazionale «Matematica e difficoltà 1» tenutosi a Castel San Pietro Terme (Bologna) il 16 novembre 1991 ed avente come sottotitolo specifico «Handicap mentale e difficoltà di apprendimento: che obiettivi individuare e che attività matematiche proporre?» (a cura di Michele Pertichino e Patrizia Sandri). Raccoglie gli interventi giunti per iscritto di esperti italiani e stranieri presenti che hanno voluto contribuire alla riflessione sul tema con loro analisi e narrazioni di esperienze effettuate in prima persona. Raccoglie inoltre i contributi dei vari Nuclei di Ricerca in Didattica della Matematica italiani afferenti ai rispettivi Dipartimenti di Matematica delle Università, i quali hanno così voluto testimoniare un reale, crescente interesse per il problema (Bari, Bologna, Lecce, Milano, Modena, Parma e Siena).

**MATEMATICA - DIFFICOLTÀ**

Insegnare la matematica  
 ad allievi in difficoltà

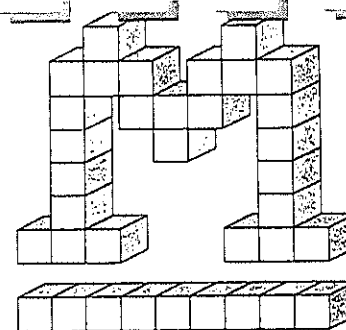


M. Pertichino - P. Sandri - R. Zan  
 (a cura di)

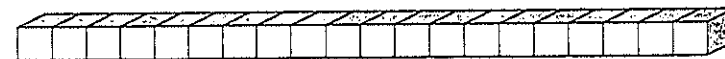
**INSEGNARE  
 LA MATEMATICA  
 AD ALLIEVI  
 IN DIFFICOLTÀ**

164 pagg., l.to 17 x 24 cm, L. 21.000

Questo volume raccoglie i contributi di vari relatori al Convegno «Matematica e difficoltà 2» tenutosi a Castel San Pietro Terme (Bologna) il 12 novembre 1992 sul tema specifico «Insegnare la matematica ad allievi in difficoltà» (a cura di Michele Pertichino, Patrizia Sandri e Rosetta Zan). La specificità della didattica della matematica nei casi di handicap o di semplice difficoltà di apprendimento è ormai riconosciuta da tutti gli educatori ed insegnanti di qualsiasi livello. Relazioni di carattere generale di esperti (matematici, pedagogisti, ...) e comunicazioni di insegnanti afferenti ai Nuclei di Ricerca, conseguenza di sperimentazioni reali, interventi di specialisti stranieri (con realtà sociali molto diverse dalla nostra) contribuiscono a dare un vasto quadro della situazione attuale.



# la matematica e la sua didattica



1  
 1995



**PITAGORA EDITRICE BOLOGNA**

# La matematica e la sua didattica

## Comitato scientifico

Direttore: Bruno D'Amore

Comitato di redazione: Ferdinando Arzarello (Italia), Giulio Cesare Barozzi (Italia), Mario Barra (Italia), Guy Brousseau (Francia), Umberto Bottazzini (Italia), Michele Emmer (Italia), Efraim Fischbein (Israele), Fulvia Furingheri (Italia), Athanassios Gagatsis (Grecia), Colette Laborde (Francia), Hermann Maier (Germania), Carlo Marchini (Italia), Georges Papy (Belgio), Consolato Pellegrino (Italia), Piero Plazzi (Italia), Alan Rogerson (Australia), Francesco Speranza (Italia), Gérard Vergnaud (Francia)

Istruzioni per chi invia articoli proponendoli per la stampa. Gli articoli proposti per la stampa devono essere inviati in triplice copia al prof. Bruno D'Amore, Dipartimento di Matematica, Università di Bologna, Piazza di Porta San Donato 5, 40127 Bologna. Il testo deve essere contenuto dentro una «gabbia» (che non deve apparire) di formato 13,5 x 21 cm. Esso deve essere composto con un qualunque sistema di Word Processor utilizzando preferibilmente il carattere TIMES corpo 12 interlinea 15 e fornito su carta e stampa laser ben contrastata (tutte e tre le copie). Nel caso il proponente non fosse in grado di realizzare queste condizioni, deve mettersi in contatto con la Pitagora Editrice s.r.l., Via del Legatore 3, 40138 Bologna, tel. 051 - 531159/533311/530003, fax 051 - 535301. Titolo, eventuale sottotitolo, Autore/i, Enti di appartenenza, ecc.: si veda a mo' di esempio l'articolo di A. Gagatsis apparso sul n. 3, luglio 1993, pag. 244. Eventuali ritocchi tipografici potranno essere suggeriti dall'editore o dal direttore, nel caso l'articolo sia accettato per la stampa. Per la bibliografia si veda lo stesso articolo (ma l'anno di edizione può anche apparire in fondo). Le pagine vanno numerate sul retro a matita. La stampa è solo a fronte e NON frontetro. Eventuali figure e illustrazioni vanno applicate direttamente nella posizione voluta con scotch trasparente senza sovrapporlo all'immagine. Delle tre copie inviate, una deve già essere perfettamente riproducibile, figure comprese. A parte va inviato un riassunto dell'articolo in lingua inglese, di non oltre 10 righe a 60 battute. Gli articoli inviati al di fuori di queste norme non verranno presi in esame e non verranno restituiti al proponente.

Redazione scientifica: presso Mathesis Bologna, Dipartimento di Matematica dell'Università, Piazza di Porta San Donato 5, 40127 Bologna, Tel. 051 - 354446

Redazione amministrativa: presso Pitagora Editrice s.r.l., Via del Legatore 3, 40138 Bologna, Tel. 051 - 530003 - Fax 051 - 535301

Direttore Responsabile Bruno D'Amore  
Direzione Redazione Amministrazione Pitagora Editrice s.r.l., Via del Legatore 3, 40138 Bologna, Tel. 051 - 530003

Periodico trimestrale  
Autorizzazione del Tribunale di Bologna n. 6219 del 13/9/1993 - ISSN 1120-9968

I manoscritti non richiesti non vengono restituiti.  
Per qualsiasi comunicazione si prega di allegare la fascetta con stampato l'indirizzo al quale viene recapitata la rivista.

Abbonamento anno 1995  
per l'Italia L. 40.000, per l'Estero L. 70.000, via aerea L. 87.000, copia singola L. 15.000  
da versarsi sul c.c.p. 20264404 intestato a Pitagora Editrice s.r.l., Via del Legatore 3, 40138 Bologna

Finito di stampare nel mese di Gennaio 1995  
presso Tecnoprint s.n.c., Via del Legatore 3, 40138 Bologna

## Indice

Editoriale	pag. 4
Corso di aggiornamento in matematica per insegnanti elementari	pag. 5
Sull'evoluzione del concetto di rigore nella storia delle matematiche (seconda parte) - Carmelo Di Stefano	pag. 6
Problemi di insegnamento e di apprendimento del concetto di vettore in Grecia - H. Demetriadou, A. Gagatsis	pag. 16
Probabilità soggettive (una nota didattica) - Eugenio Rapella	pag. 33
Tetris. Il gioco delle isometrie - Aldo Mascelloni	pag. 37
SOFTWARE DIDATTICO	
30 righe di Basic - S. Casiraghi, E. Rapella	pag. 44
Matematica e Informatica: lo studente in veste di programmatore studia una funzione attraverso i suoi zeri - Marco Calvani	pag. 60
L'analisi matematica nella scuola secondaria superiore: un percorso didattico realizzabile con l'aiuto dell'elaboratore. Prima parte - R.A. Cacciabue, M. Mascarello, A. Sargenti	pag. 70
Alcuni strumenti per le trasformazioni geometriche con Derive - Sebastiano Cappuccio	pag. 80
BREVI NOTE	
Le affinità piane: I - Il rapporto di segmenti corrispondenti - C. Mammana, B. Micale	pag. 98
Convegni e congressi	pag. 104
Schede bibliografiche	pag. 111
English summaries of the papers published in this issue	pag. 115

I dattiloscritti inviati alla redazione sono sottoposti ad un primo parere di alcuni membri del Comitato Scientifico e poi inviati ad uno o più referee le cui decisioni sono definitive ed inappellabili.

## Matematica e Informatica: lo studente in veste di programmatore studia una funzione attraverso i suoi zeri

di Marco Calvani\*

*Ogni conoscenza umana inizia da un'intuizione, poi passa ai concetti e si conclude con le idee.*

Immanuel Kant

L'obiettivo è offrire agli insegnanti uno strumento che stimoli la curiosità ed il gusto della scoperta degli studenti delle scuole superiori che si siano occupati, anche in maniera superficiale, di programmazione in Pascal e che abbiano trattato lo studio di funzioni.

Prendo spunto da un articolo<sup>1</sup> de "la matematica e la sua didattica": la proposta di una metodologia di approccio all'analisi numerica per studenti del biennio delle superiori; in particolare mi interessa l'algoritmo di bisezione applicato in un programma che calcola una soluzione approssimata di un'equazione.

Presento qualcosa di analogo per gli studenti del triennio in quanto ritengo che un problema del genere possa stimolarli a ricercare nuovi quesiti e risposte riguardo lo studio delle funzioni o il nuovo argomento appena sfiorato, l'analisi numerica.

E' importante stimolare la creatività dello studente ed avere risposte pronte alle sue domande e richieste, premiare il suo intuito dando scientificità alle sue scoperte.<sup>2</sup>

\* Insegnante precario presso le scuole superiori di Terni.

<sup>1</sup> Sebastiano Cappuccio. "Un esempio di approccio all'analisi numerica al biennio: risoluzione approssimata di un'equazione con l'algoritmo di bisezione", la matematica e la sua didattica, 1992, n.1, pp.43,50.

<sup>2</sup> B. Pontecorvo scrive a proposito di Fermi: "Forse, grazie all'ingegner Amidei, un ragazzo dotato è diventato un genio. Certo, Fermi era un fisico nato, ma è difficile dire quale sarebbe stata la sua sorte se l'ingegner Amidei si fosse comportato con lui in maniera diversa, se, per esempio, egli avesse risposto alle domande del ragazzo dicendogli: "Si tratta di cose troppo difficili per te adesso. Quando crescerai le potrai capire".....In ogni caso si può affermare con sicurezza che Enrico è diventato il grande Fermi proprio perché i suoi interessi si sono rivelati e le sue esigenze intellettuali sono state soddisfatte quando egli era ancora un ragazzino.....Se questo giudizio è corretto, allora il numero dei potenziali Fermi sparsi per il mondo è di gran lunga superiore a quanto si possa immaginare."

Il programma risolutivo può diventare un ulteriore strumento, questa volta creato dal discente, utile a studiare analiticamente funzioni che prima gli erano precluse.

*Determinazione di tutti gli zeri di una funzione,  $f(x)$ , reale che sia continua e derivabile in un intervallo assegnato.*

Il problema della risoluzione di un'equazione ha sempre affascinato i matematici antichi e moderni: da Al-Khuwarizmi, che nel IX sec. propone regole generali per la risoluzione di equazioni di primo e secondo grado esemplificate mediante casi particolari numerici, a Cardano, Newton, Ruffini, a Gauss, che nel 1800 dimostrò in maniera chiara il teorema fondamentale dell'algebra, e altri ancora; nonostante ciò gli algoritmi per risolvere esattamente equazioni polinomiali generiche, mediante radicali, arrivano solo fino al 4 grado<sup>3</sup>, per il resto si hanno algoritmi risolutori per equazioni di determinati tipi. Ricordo che stiamo parlando delle sole equazioni polinomiali!

Si può mostrare agli studenti mediante DERIVE (ver.2.04), software didattico che applica il sistema di calcolo simbolico: si inseriscono equazioni superiori al quarto grado e trigonometriche; si richiede il tipo di soluzione esatta (tramite i comandi **Option-Precision-Exact**) e le soluzioni (con **soLve**). Sarà evidente che il programma non sempre fornisce tutte le soluzioni, a volte non ne fornisce nessuna<sup>4</sup>.

Ci proponiamo, assieme agli studenti, di creare un programma in grado di determinare, con una precisione data (per es.  $10^{-10}$ ), tutte le soluzioni reali di un'equazione qualsiasi, trascendente o analitica.

<sup>3</sup> William Dunham scrive: "Nel 1824 un giovane matematico norvegese, Niels Abel (1802-1829) sconvolse il mondo matematico dimostrando l'impossibilità della 'risoluzione per radicali' nel caso di equazioni polinomiali di quinto grado o superiori."

<sup>4</sup>E' possibile selezionare il tipo di soluzione approssimata (mediante **Option-Precision-Approximate**) in questo caso il programma fornisce una soluzione da ricercare in un intervallo assegnato dall'utente (il grado di precisione è selezionabile con **Digits:n-decimali**), nel caso di tipo di soluzione mista (**Option-Precision-Mixed**) ricerca prima le soluzioni esatte (con **Exact**) poi si auto assegna l'intervallo [-10,10] e applica il tipo soluzione approssimata se non trova la soluzione raddoppia l'intervallo.

Il problema di determinazione di uno zero è risolto con l'algoritmo noto di ricerca binaria che sfrutta il **TEOREMA DEL VALORE INTERMEDIO**<sup>5</sup>: una volta trovato l'intervallo con estremi ai quali corrispondono valori discordi, si fissa il valore medio degli estremi e si cerca il sottointervallo che verifichi la stessa condizione fino a che l'ampiezza dell'intervallo non diventa "ragionevolmente" piccola, più piccola della costante  $piccola=10^{-10}$ .

L'applicazione dell'algoritmo è nella procedura *function zero(...)*<sup>6</sup> che viene fornita allo studente, il quale ha il compito di sviluppare la parte che rappresenta la novità dell'argomento, **determinazione di tutti gli zeri di  $f(x)$** :

Nella verifica del problema si conclude che:

1) è necessario suddividere l'intervallo in sottointervalli secondo il seguente criterio: se l'intervallo assegnato è di ordine minore uguale all'unità si divide in 50 intervalli, se, in generale, di ordine  $10^n$  in  $5 \cdot 10^{n+1}$  intervalli. Analizzare gli estremi di ogni intervallo ed eventualmente (se  $f(inf)f(sup) < 0$ ) applicare la *function zero(...)*. Nasce allora procedura *procedure trovaintervalli\_zeri(...)*;

2) si deve applicare il teorema alla derivata prima,  $f'(x)$ , in modo tale da ottenere i massimi e minimi della funzione e quindi verificare se le immagini corrispondenti, in valore assoluto, sono minori della costante *piccola*, dato che se si applica l'algoritmo solo ad  $f(x)$  si trascurano gli zeri che corrispondono ad un massimo o minimo (es. se considero la funzione  $x^2$  qualsiasi intorno di 0 non viene considerato utile in quanto  $f(inf)f(sup) > 0$  mentre  $x=0$  è zero di funzione). Nascono così *function zerog(...)* e *procedure trova\_intervalli\_zerig(...)*.

Non è detto che queste siano le soluzioni migliori, la presente è solo una proposta, lasciamo agli studenti e agli insegnanti il gusto di migliorarla<sup>7</sup>.

<sup>5</sup>Sia data  $f(x)$ , funzione reale continua in un intervallo  $[a,b]$  e tale che  $f(a)$  ed  $f(b)$  siano discordi allora esiste almeno un valore all'interno dell'intervallo per il quale la funzione si annulla.

<sup>6</sup>ZERIDIFU.PAS è il programma che contiene le varie *function* e *procedure*, vedi appendice.

<sup>7</sup>PER I PIU' ESPERTI: il Turbo Pascal gestisce i numeri reali da  $2.9 \times 10^{-39}$  a  $1.7 \times 10^{38}$  con 11-12 cifre significative, se digitate prima del programma il comando  $\{ \$N+ \}$ , il codice generato svolge tutti i calcoli di tipo reale utilizzando il coprocessore numerico 8087, quindi se scrivete programmi con un sistema dotato di coprocessore matematico, il comando vi apre l'accesso a quattro ulteriori tipi di reali (single, double, extended e comp) e ad un intervallo di

Struttura finale del programma ZERIDIFU.PAS:

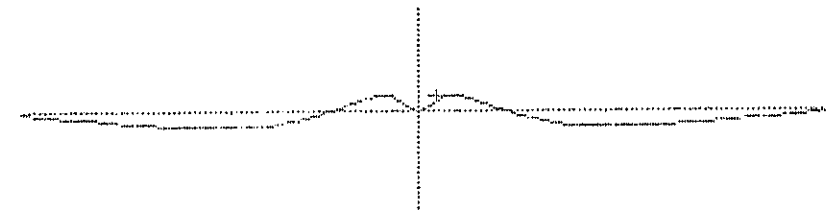
- procedure inputdati* che riguarda l'immissione dati;
- function f(x) (g(x))*, introduzione della funzione da studiare (della sua derivata che chiamo  $g(x)$ );
- function zero(...)* (*zerog(...)*) che calcola gli zeri, di  $f(x)$  ( $g(x)$ );
- procedure trova\_intervalli\_zeri(...)* (*..\_zerig(...)*) che determina e seleziona i sottointervalli per poi applicare la *function* di c).
- il MAIN(programma principale) richiama ed applica tutte le procedure.

A questo punto gli studenti-programmatori passano alla verifica, applicano il programma a più funzioni con lo scopo di rilevare eventuali carenze.

Negli esempi che seguono le funzioni sono state studiate sia con ZERIDIFU.PAS che con DERIVE (ver.2.04):

**ESEMPIO 1:**  $f(x) = \sin(\log(x^2 + 1))$

	ZERIDIFU	DERIVE
INPUT:	[-30,30]	(tipo Approximate) [-30,30]
OUTPUT:	Soluzione n.1= -23.11908	(tipo Approximate) $x = 0^8$
	Soluzione n.2= -4.70539	Anche con gli altri tipi (Exact e
	Soluzione n.3= 4.70539	Mixed) si ottiene la stessa soluzione.
	Soluzione n.4= 23.11908	
	Soluzione n.5= 0.00000	



$$f(x) = \sin(\log(x^2 + 1))$$

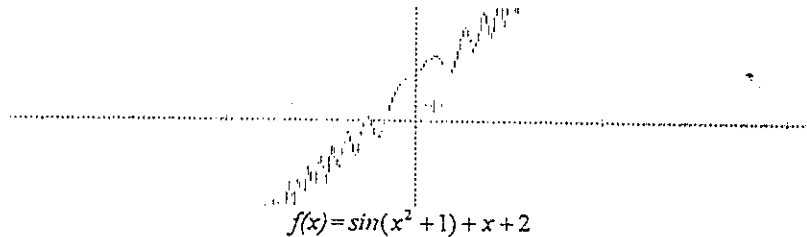
valori in virgola mobile esteso da  $3.4 \times 10^{-4932}$  a  $1.1 \times 10^{4932}$  con 19 o 20 cifre significative e si può ottenere la cifra con una estensione di circa 20 decimali sostituendo 20 a 5 nel comando del programma  $\langle \text{writeln}(\text{"Soluzione n. ", i, ":", zero(g)(inf,x1):4:5); \rangle$ .

<sup>8</sup>In tipo **Approximate** per ottenere altre soluzioni basta fissare in modo opportuno gli intervalli.

ESEMPIO 2:  $f(x) = \sin(x^2 + 1) + x + 2$

	ZERIDIFU	DERIVE
INPUT:	$[-10, 10]$	(tipo Approximate) $[-10, 10]$

OUTPUT: Soluzione n.1= -2.75203 (tipo Approximate e Mixed) x=-2.75202  
 Soluzione n.2=-2.38233 Nessuna soluzione con Exact.  
 Soluzione n.3=-1.59839



Abituato a risolvere solo equazioni di determinati tipi applicando le formule, lo studente è attratto dalla novità ed affascinato dal grado di precisione delle soluzioni.

Dopo varie applicazioni scoprirà che dieci cifre decimali non sono sufficienti per definire un numero reale.

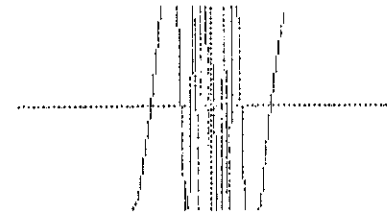
ESEMPIO 3:  $f(x) = \sin(1/x)$

In questo caso applichiamo solo ZERIDIFU.PAS (Derive o non dà soluzioni oppure  $x=1/0$ ): avvicinandosi ad  $x=0$  per "piccoli" intervalli il programma produce molte soluzioni (es. input:  $[10^{-5}, 10^{-3}]$  output: 46 soluzioni) e in alcuni casi l'approssimazione non è sufficiente a distinguerle oppure va in *overflow*<sup>9</sup>.

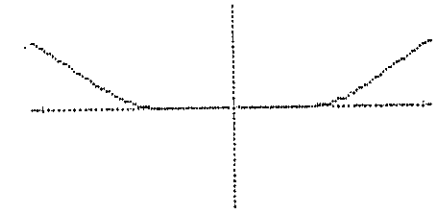
Man mano che restringe l'intervallo, lo studente, si accorge che gli zeri aumentano e da un certo valore in poi si ha *overflow*, ciò conferma la teoria nota sull'andamento della funzione. Studia anche  $e^{-\frac{1}{x^2}}$  e osserva che per qualsiasi intorno di zero (es  $[0.002, 3]$ ) il programma va in *overflow* sembra che la funzione sia "ricca" di zeri ma ciò non è possibile!

<sup>9</sup> Il programma va in *overflow* anche se il valore corrispondente degli estremi è "grande": infatti anche se  $f(\inf)$  e  $f(\sup)$  sono numeri macchina il loro prodotto non è detto che lo sia.

Questa carenza permette di constatare che con l'approssimazione assegnata, non sempre si risolve il problema, consente, inoltre, di apprezzare ancora di più il ragionamento esatto del limite e scoprire nuovamente la grandezza della Matematica nell'Analisi che "manipola" infiniti ed infinitesimi e raggiunge risultati esatti.



$f(x) = \sin(1/x)$



$f(x) = e^{-\frac{1}{x^2}}$

Unendo la teoria alla pratica lo studente cerca di trarre le dovute conclusioni<sup>10</sup> anche dagli errori (un altro esempio: uno studente "inesperto", si chiederà come mai, se inserisce zero all'interno dell'intervallo da assegnare per le funzioni precedenti, il programma segnala errore <division by zero>).

In conclusione lo studente si è creato un programma che gli consente di visitare sperimentalmente la funzione, imparare a far buon uso degli errori, ricevere nuovi stimoli verso la conoscenza matematica, stimoli che l'insegnante avrà il compito di soddisfare e rinnovare.

Ringrazio il Prof. Giuseppe Accascina per i consigli.

<sup>10</sup> Se gli zeri sono molto numerosi è possibile stamparli inserendo prima della dichiarazione della costante piccolo una istruzione che richiami il modulo di stampa <uses printer;> e nelle istruzioni di output far precedere l'1st prima dell'espressione, <writeln(1st,.....);>.

```
program ZERIDIFU{ Programma che calcola gli zeri di f(x) assegnata in un determinato intervallo};
```

```
const piccolo=1.0E-9;{Dichiarazione della costante}
```

```
var inf,sup: real;
    trovato: boolean;
    i:integer;
```

```
procedure INPUTDATI; {introduce gli estremi dell'intervallo}
```

```
begin
  writeln( 'Dammi il valore dell'estremo inferiore dell"intervallo ');
  write(' nel quale vuoi calcolare lo zero della funzione: ');
  readln(inf);
  write('Dammi ora il valore dell'estremo superiore: ');
  read(sup);
  writeln; writeln
end;
```

```
function f(x:real): real; {inserisce la funzione da studiare}
```

```
begin
  f:=sin(1/x)
end;
```

```
function g(x:real): real; {inserisce la sua derivata}
```

```
begin
  g:=-1/(x*x)*cos(1/x)
end;
```

```
function ZERO(a,b:real) : real; {applica l'algoritmo di bisezione per f(x)}
```

```
var x,z: real;
    concordi: boolean;
begin
  repeat
    x:=a+(b-a)/2;
    z:=f(x);
    concordi:=f(x)*f(a)>0;
    if concordi then a:=x
      else b:=x;
  until abs(a-b)<piccolo;
  zero:=x
end;
```

```
function ZEROG(a,b:real) : real; {come sopra per g(x)}
```

```
var x,z: real;
    concordi: boolean;
begin
  repeat
    x:=a+(b-a)/2;
    z:=g(x);
    concordi:=g(x)*g(a)>0;
    if concordi then a:=x
      else b:=x;
```

```
until abs(a-b)<piccolo;
zero:=x
end;
```

```
procedure trova_intervalli_zeri(inf,sup:real); {divide l'intervallo in sottointervalli e seleziona per f(x)}
var a,n,x1: real;
```

```
begin
  n:=100;
  while abs(inf-sup)>n do n:=n*10;
  a:=inf;
  if (inf>=sup) then
    writeln('Il procedimento non è applicabile con questi valori, cerca di cambiarli')
  else
    begin
      while inf<sup do
        begin
          x1:=inf+abs(sup-a)/n;
          if (f(x1)*f(inf))<0 then
            begin
              trovato:=true;
              writeln('Soluzione n.',i,':',zero(inf,x1):4:5);
              i:=i+1;
            end;
          inf:=x1
        end;
      end;
    end;
```

```
procedure trova_intervalli_zerifg(inf,sup:real);{come sopra per g(x)}
var a,n,s,x1: real;
```

```
begin
  n:=100;
  while abs(inf-sup)>n do n:=n*10;
  a:=inf;
  while inf<sup do
    begin
      x1:=inf+abs(sup-a)/n;
      if (g(x1)*g(inf))<0 then
        begin
          s:=zerog(inf,x1);
          if abs(f(s))<piccolo then
            begin
              trovato:=true;
              writeln('Soluzione n.',i,':',zerog(inf,x1):4:5);
              i:=i+1;
            end;
          end;
        end;
      inf:=x1
    end;
  end;
```

```

BEGIN(Main)
i:=1;
trovato:=false;
inputdati;
trova_intervalli_zeri(inf,sup);
trova_intervalli_zerifg(inf,sup);
if not(trovato) then
begin
writeln('L'EQ. CON X CHE VARIA NELL'INTERVALLO [',inf:4:5,',',sup:4:5,']');
writeln('SEMPRA NON AVERE SOLUZIONI');
end;
END(Main).

```

#### Bibliografia

- Sebastiano Cappuccio, "Un esempio di approccio all'analisi numerica al biennio: risoluzione approssimata di un'equazione con l'algoritmo di bisezione", *La matematica e la sua didattica*, 1992, n.1, pp.43-50.
- Bruno Pontecorvo, *Enrico Fermi*, Edizioni Studio Tesi, Pordenone, 1993.
- William Dunham, *Viaggio Attraverso il Genio*, Zanichelli, Bologna, 1992.
- U. Bottazzini, P. Freguglia, L. Toti Rigatelli, *Fonti per la storia della Matematica*, Sansoni, Firenze 1992.
- J.P. Ceconi, G. Stampacchia, *Analisi Matematica I volume*, Liguori, 1974.
- Guida di riferimento Turbo Pascal*, Edia Borland, 1989.

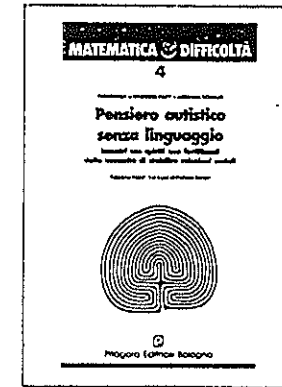
**NOVITA**

Quest'opera presenta due esperienze relative all'autismo, condotte indipendentemente, una a Nivelles (Belgio) da Frédérique Papy, l'altra a San Francisco (USA) da Adriana Schuler, due ricercatrici con formazioni iniziali diverse - matematica e psicoanalitica - e con obiettivi rispettivamente propri alle loro discipline. Entrambe le esperienze trattano di ragazzi autistici, Jérôme e Charles, senza linguaggio.

F. Papy - G. Papy - A. Schuler

#### PENSIERO AUTISTICO SENZA LINGUAGGIO

Edizione italiana a cura di Patrizia Sandri, L. 26.000



**NOVITA**

Bruno D'Amore (a cura di)

#### L'APPRENDIMENTO DELLA MATEMATICA: DALLA RICERCA TEORICA ALLA PRATICA DIDATTICA

Atti del Convegno Nazionale: *Incontri con la matematica*  
n. 8, Castel S. Pietro Terme (BO), 11-13 Novembre 1994,  
L. 23.000



Oggi si fa molta ricerca di ottimo livello in Italia, presso le sedi universitarie, sulla problematica dell'apprendimento della matematica. Ma che ricaduta ha sulla pratica didattica? È possibile, e come, «trasferire» i risultati di una ricerca sul piano concreto, in aula? Che spunti possiamo trarre dall'esperienza dei ricercatori italiani? E se loro stessi suggerissero argomenti di riflessione, a questo proposito?