DIDATTICA delle SCIENZE — D'S E INFORMATICA NELLA SCUOLA — N. 258 Novembre 2008 • Anno XLIII

INDICE

EDITRICE LA SCUOLA

3
Pierluigi Pizzamiglio *Editoriale.* Dall'approccio interdisciplinare alla competenza disciplinare.

5
Massimiliano Zaniboni D'Arcy Thompson, Hans Meinhardt, Art Winfree: tre fisiologi geometri.

12
Giovanni Vittorio Pallottino Quale fisica per contrastare il declino della cultura scientifica?

18
Donatella Giuliani Rappresentazione grafica di curve: come arrotondare le figure/2.

23
Elisabetta Negrini Tutte le facce dell'azoto/1. Chimica generale e applicazioni produttive.

28
Amanda Reggiori, Marco Padula, Daniela Guadagni Il museo virtuale: la fruizione museale scientifica mediata dalle ICT.

37
Luciano Scaglianti Radicali aritmetici e algebrici.

43
Renzo Barbattini Parliamo di figurine apistiche. Le figurine Liebig dedicate alle api/1.

50
SCIENZE E RELIGIONI
Pierluigi Pizzamiglio Un intervento a proposito del rapporto tra scienza, etica e società.

52
PROVA: È FACILE
Marco Calvani Sistemi formali e computer.

54
ASTERISCHI
Valeria Bolzonella Albers e il quadrato dell'anima.

63
NOTIZIARIO

64
RECENSIONI

Bimestrale per l'insegnamento delle scienze e della matematica - Anno XLIII - n. 6 fascicoli all'anno - Direttore Responsabile: Franco Bugatti - Autorizzazione del Tribunale di Brescia n. 228 del 31 marzo 1965 - Poste Italiane S.p.A. - Sped. in A.P.-D.L. 353/2003 (conv. in L. 27/02/04 n. 46) art. 1, comma 1 - DCB Brescia - **Direzione, Redazione, Amministrazione**: La Scuola S.p.A. - 25121 Brescia, Via Luigi Cadorna, 11 - Conto corrente postale n. 14407258 - Codice fiscale - Partita I.V.A. n. 00272780172 - Tel. centr. (030) 2993.1 - Telefax (030) 2993.326. **Filiali: 20136 Milano** (Viale Bligny, 7, Tel. (02) 58300261 - 58301579 - Telefax (02) 58301315); **00193 Roma** (Via Crescenzio, 23, Tel (06) 6875179 - 68803989 - Telefax (06) 6874939); **80137 Napoli** (Salita S. Elia, 19/21, Tel. (081) 441200 - 441308 - Telefax (081) 441934); **70124 Bari** (Via Giulio Petroni, 21 A/E - Tel. (080) 5428647 - Telefax (080) 5428647); **65124 Pescara** (Via Donatello, 7/11, Tel. (085) 74792 - Telefax (085) 4716371); **35129 Padova** (Via della Croce Rossa, 116 - Tel. (049) 8076775 - 8076776 - Telefax (049) 8076776). **Pubblicità**: Ufficio Inserzioni Pubblicitarie Editrice La Scuola - Via Cadorna, 11 - 25121 Brescia - tel. (030) 2993.287 - Telefax (030) 2993.299. **Abbonamento** annuo 2008-2009: Italia € 50,00 pagabile in un'unica soluzione. Estero: Europa e Bacino Mediterraneo € 65,00, Paesi extraeuropei € 75,00 - Il presente fascicolo € 8,00. L'impegno di abbonamento è continuativo, salvo regolare disdetta da notificarsi a mezzo lettera raccomandata. Tel. Ufficio Abbonamenti (030) 2993.286 - (030) 2993.246 - Stampa: OFFICINE GRAFICHE LA SCUOLA - 25121 BRESCIA.

e-mail: dds@lascuola.it

red-dds@lascuola.it

Sito Internet: www.lascuola.it

Contiene I.P.

Direttore
Pierluigi Pizzamiglio
Università Cattolica del Sacro Cuore, sede di Brescia

Comitato di redazione
Giuseppe Luciano
caporedattore

Vincenzo Boccardi, Achille Bonazzi, Sergio Calzolani, Marina Gandellini, Giovanna Gazzaniga, Cecilia Mazzocchi, Elisabetta Negrini, Alessandro Omizzolo, Ennio Provera, Annalisa Santini, Gabriele Scalmana

Curatela redazionale
Catia Volpe

Copertina:
«Frontespizio del manualetto di Gaspar Santler, *Museum*, sec. XVII, c. (7r): ms. 33 (*Biblioteca C. Viganò*).
(didascalia a pag. 63)

I diritti di traduzione, di memorizzazione elettronica, di riproduzione e di adattamento totale o parziale, con qualsiasi mezzo (compresi i microfilm), sono riservati per tutti i Paesi. Fotocopie per uso personale del lettore possono essere effettuate nei limiti del 15% di ciascun fascicolo di periodico dietro pagamento alla SIAE del compenso previsto dall'art. 68, commi 4 e 5 della legge 22 aprile 1941, n. 633. Le riproduzioni effettuate per finalità di carattere professionale, economico o commerciale o comunque per uso diverso da quello personale possono essere effettuate a seguito di specifica autorizzazione rilasciata da AIDRO, corso di Porta Romana n. 108, Milano 20122, e-mail *segreteria@aidro.org* e sito web *www.aidro.org*.

PROVA: È FACILE

Sistemi formali e computer

Se non avessi letto i diritti imprescrittibili del lettore scritti da Daniel Pennac non avrei mai avuto il coraggio di aprire il libro di Hofstadter *Gödel, Escher, Bach: un'eterna ghirlanda brillante.* Ad essere sincero non sono andato molto avanti nella lettura (non era il momento giusto, il libro ce l'ho ancora), ma in compenso mi è venuta la seguente idea: creare un'unità didattica che possa offrire agli studenti degli spunti di riflessione sui sistemi ipotetico-deduttivi e l'eventuale utilizzo del computer per indagare su di essi.

La proposta si rivolge agli studenti della terza liceo scientifico e penso che potrebbe essere particolarmente interessante affrontarla in un PNI, dato che gli studenti sono in grado di «leggere» un programma informatico e capirne i meccanismi. Ho avuto l'occasione di sperimentarla con i miei ragazzi di terza liceo scientifico (sperimentazione linguistica) nell'ambito di un laboratorio didattico (Progetto Lauree Scientifiche) intitolato «*Argomentare, congetturare e dimostrare*» tenuto in collaborazione con l'Università di Perugia rappresentata dalla simpatica professoressa Anna Martellotti. Il mio vuole essere un suggerimento didattico per parlare di un aspetto della storia della matematica indubbiamente rilevante. A partire dagli *Elementi* di Euclide si è sempre cercato di ridurre le teorie matematiche ad un sistema di assiomi o postulati, enti primitivi che a loro volta generano teoremi e definizioni. Poter offrire agli studenti un sistema formale visto nella sua interezza non sempre è possibile e sicuramente non ad ogni livello scolastico.

Per fare ciò ci viene in aiuto Hofstadter il quale propone il seguente sistema formale MIU così strutturato (chi avesse già letto il libro e sicuramente sarete in molti, può saltare la prima parte, ma vi invito a dare un'occhiata alla seconda perché potrebbe contenere qualche spunto):

- M,I,U sono enti primitivi;
- *Assioma I:* MI;
- *Assioma II:* se il teorema termina con I, allora si può aggiungere U alla fine e si ottiene un teorema. Esempio: se MIIIMUI è un teorema, allora anche MIIIMUIU lo è.
- *Assioma III:* se Mx (dove per x si intende una stringa di lettere) è un teorema, allora anche Mxx lo è. Esempio: se MIIIMUI è un teorema, allora anche MIIIMUIIIIMUI lo è.
- *Assioma IV:* se un teorema contiene III, allora si può costruire un nuovo teorema mettendo al posto delle tre I la lettera U. Esempio: MIIIIMUI può generare sia MUIMUI che MIUMUI.
- *Assioma V:* se un teorema contiene due U consecutive, allora queste si possono sopprimere e si ottiene sempre un teorema. Esempio: MIUUMUUI si può ridurre a MIMI.

A questo punto possiamo fare alcune considerazioni meta-teoriche abbastanza immediate, come il fatto che tutti gli esempi riportati non siano teoremi del sistema (un teorema del sistema possiede la M solo come prima lettera), due assiomi allungano (II e III) il teorema e due lo accorciano (IV e V), se non avessimo il I assioma non potremmo cominciare alcun sistema formale, se cambiamo l'assioma I creiamo un altro sistema formale.

Potremmo far lavorare i ragazzi per prendere confidenza con il sistema e chiedere loro di costruire un po'di teoremi e far annotare come vengono creati i vari teoremi cioè quali sono gli assiomi che applicano (cosa stiamo chiedendo? Nient'altro che dimostrare teoremi). Cosa potrebbero scoprire così facendo? Che vi sono teoremi che si allungano all'infinito, che vi sono

Fig. 1

```
import java.io.*;

public class sistform{
        static int cont1;
§ static int  max =100;
   static  String d[] = new String [max];
   static String a,b;
   static boolean contr;
    public static void main(String args[]) throws IOException {

   cont1=1;
   b="MI";
   d[1]=b;
   costruisciteorema();            };

public static  void costruisciteorema ()
 throws IOException {int i;
 boolean   trovato;
 String  c,g;

   if (b.charAt(b.length()-1)=='I')
     {
     c=b;
     b=b +'U';
     aggiungiteo();
     if (contr==false)
      costruisciteorema();
      b=c;}
§§   if (b.length()<4)
       {c=b;
        b=b+b.substring(1,b.length());
        aggiungiteo();
        if (contr==false)
        costruisciteorema();
      b=c;}
   if (b.length()>3){
   for (int k=1; k<b.length()-2;k++){
      if (b.charAt(k)=='I'){if (b.charAt(k+1)=='I'){
           if(b.charAt(k+2)=='I'){
            c=b;
            b=b.substring(0,k)+'U'+ b.substring(k+3,b.length());
            aggiungiteo();
            if (contr==false)
            costruisciteorema();
            b=c;}}}}}
   if (b.length()>3)  {
  for (int k=1; k<b.length()-1;k++) {
    if (b.charAt(k)=='U'){if(b.charAt(k+1)=='U'){
        c=b;
        if ((k+1)==b.length()-1)
           b=b.substring(0,k);
                  else
           b=b.substring(0,k)+b.substring(k+2,b.length());
           aggiungiteo();
           if (contr==false)
             costruisciteorema();
           b=c;}}}}
           };

public static void  aggiungiteo()
  throws IOException {String f;
   InputStreamReader flusso = new InputStreamReader(System.in);
   BufferedReader tastiera = new BufferedReader(flusso);

   contr=false;
     for (int p=1;p<=cont1;p++)  {
              if (d[p].compareTo(b)==0)
                        contr=true;}
     if (contr==false)   {
        System.out.println(b);
        cont1=cont1+1;
        d[cont1]=b;
        if (cont1 % 10==0)   {
            System.out.println("Premere invio per continuare");
            f=tastiera.readLine();}}}}
```

Fig. 2

```
program miu;
 uses crt;
 {programma che calcola i possibili teoremi generati da MI}
 §§§ type vet=array[1..100] of string;
  var a,b:string;
     fine:boolean;
     cont1:integer;
     d: vet;

  procedure  aggiungiteo(var d1: vet; b1:string; var contr:boolean;var cont2:integer);
    var j:integer;
     begin
      contr:=false;
      for j:=1 to cont2 do
           if d1[j]=b1 then contr:=true;
      if (contr=false) then
       begin
         writeln(b1);
         cont2:=cont2+1;
         d1[cont2]:=b1;
         if (cont2 mod 10=0) then readln;
       end;
     end;
procedure costruisciteorema(b:string; var cont:integer; var d2:vet);
  var k,i:integer;
     trovato,contr1:boolean;
     c:string;
   begin
      if (b[length(b)]='I')then
       begin
        c:=b;
        b:=b+'U';
        aggiungiteo(d2,b,contr1,cont);
        if (contr1=false) then
           costruisciteorema(b,cont,d2);
         b:=c;
       end;
§§§§  if length(b)<4 then
       begin
        c:=b;
        b:=b+copy(b,2,length(b));
        aggiungiteo(d2,b,contr1,cont);
        if (contr1=false) then
           costruisciteorema(b,cont,d2);
        b:=c;
       end;
    if (length(b)>3) then
    for k:=1 to length(b)-2 do
        begin
          if (b[k]='I')and(b[k+1]='I')then
              if(b[k+2]='I') then
               begin
               c:=b;
               b[k]:='U' ;
               b:=copy(b,1,k)+copy(b,k+3,length(b));
               aggiungiteo(d2,b,contr1,cont);
               if (contr1=false) then
                 costruisciteorema(b,cont,d2);
                b:=c;
               end;
        end;
    if (length(b)>3)  then
   for k:=1 to length(b)-1 do
    begin
     c:=b;
     if (b[k]='U')and(b[k+1]='U')then
          if ((k+1)=length(b)) then b:=copy(b,1,k-1) else
               b:=copy(b,1,k-1)+copy(b,k+2,length(b));
    aggiungiteo(d2,b,contr1,cont);
    if (contr1=false) then
               costruisciteorema(b,cont,d2);
      b:=c;
    end;
   end;

   BEGIN
    clrscr;
    cont1:=1;
    a:='MI';
    d[1]:='MI';
    costruisciteorema(a, cont1,d);
    readln
   END.
```

teoremi che, dopo un certo numero di passi, ritornano a teoremi già determinati, ecc. A questo punto possiamo porre loro la domanda malefica: ***MU è un teorema?***

Per rispondere a questa domanda ci viene in aiuto il computer ed i ragazzi sono invitati ed aiutati a creare un programma che, fissati gli assiomi, generi la teoria, cioè i teoremi. Per far questo propongo due linguaggi di programmazione noti: Pascal e Java. L'algoritmo creato ricalca la struttura di quello che serve a costruire curve ricorsive; viene inoltre creato un vettore che consente di immagazzinare i teoremi man mano che vengono prodotti in maniera tale che sullo schermo appaiano solo teoremi differenti. Le potenzialità dei due compilatori possono quindi essere messe a confronto variando nel programma in Java (figura 1) l'istruzione preceduta da § (simbolo che non c'entra nulla con le istruzioni del programma) corrispondente all'istruzione che assegna un valore massimo alla libreria dei teoremi (vettore di stringhe) e quella preceduta da §§ (*b.lenght<4*) che blocca la costruzione dei teoremi (assioma III). Come ho scritto, vi sono due assiomi che accrescono la lunghezza del teorema, l'assioma III si può applicare sempre, quindi è l'unico al quale dobbiamo porre una limitazione; per il programma in Pascal (figura 2) si modifica il massimo nella parte dichiarativa, preceduta da §§§ (*array[1..100] of string*) ed il comando *if length(b)<4* preceduto da §§§§ . Facendo ciò i ragazzi possono entrare meglio nel merito della teoria e trarre conclusioni interessanti anche sui due compilatori. Per esempio, con il Pascal già a lunghezza di stringa 7 c'è l'errore di *stack overflow*, mentre con Java no. Si può decidere di mandare sullo schermo solo teoremi di una certa lunghezza e vedere cosa accade aumentando il campo d'azione. Ma torniamo a noi: MU è un teorema? Dopo vari tentativi i ragazzi si renderanno conto che MU non appare sullo schermo; basta a dimostrare che non è un teorema? Certamente no, certamente però possiamo intuire che MU non esiste e ciò potrebbe costituire una congettura. Possiamo ora fornire l'elegante soluzione tratta da Hofstadter: «Diamo un nome al numero delle I di una stringa (teorema): chiamiamolo la sua *I-somma*... Ecco cosa sappiamo:

1. l'I-somma iniziale è 1 (che non è multiplo di 3);
2. due delle nostre regole (*assiomi*) non incidono affatto sulla I-somma;
3. le altre due regole (assiomi) incidono sulla I-somma, ma in modo tale da creare un multiplo di 3 solo se ce n'era già uno presente prima di applicare la regola.

La conclusione che ancora una volta ha la proprietà di essere ereditaria è che la I-somma non può mai diventare un multiplo di tre... Quindi **MU** *non è un teorema del sistema MIU*».

Ecco che si ha l'occasione di parlare di Meta-teoria, di problema dei quattro colori e (perchè no?) anche di Gödel!

Attendo suggerimenti di mofiche, critiche costruttive e spero che ciò possa servire a qualcuno. **wbonnot@alice.it**

Marco Calvani
Liceo Scientifico «R. Donatelli» - Terni

Bibliografia

R. Douglas Hofstadter, *Gödel, Escher, Bach: un'Eterna Ghirlanda Brillante*, Adelphi, 1990.
Daniel Pennac, *Come un romanzo*, Feltrinelli, 1999.