

Esperimento in laboratorio sul piano inclinato

Di

Valentino Rocco e Leonardo Moracci

Obiettivo: dimostrare la seconda legge della dinamica applicata ad un carrello e un piano inclinato.

Introduzione teorica:

La seconda legge della dinamica afferma che una forza agente su un corpo, o una forza risultante di un insieme di forze agenti su un corpo, imprime su di esso un'accelerazione nella stessa direzione e nello stesso verso della forza applicata; si esprime mediante la formula $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$, che viene anche chiamata legge

fondamentale della dinamica. Il modulo dell'accelerazione è proporzionale a quello della forza e la costante di proporzionalità si chiama **massa inerziale**.

L'interpolazione di Lagrange scoperta da Lodovico Lagrangia famoso matematico del XVIII secolo, afferma che un qualsiasi insieme di $n+1$ punti distinti può essere sempre interpolato da un polinomio di grado n che assume esattamente il valore dato in corrispondenza dei punti iniziali.

Strumenti e materiali:

- < Rotaia di lunghezza, $l = 120$ cm
- < Sensore ad ultrasuoni con Arduino
- < Un programma in Python
- < Uno stativo
- < Metro
- < Carrello
- < Barra magnetica

Procedimento:

Portare il piano inclinato fissando la barra alla fine della rotaia ed inclinarla a due altezze 5.7cm e 11.4cm rispettivamente una doppia dell'altra, fissandola allo stativo. Posare il metro sullo stativo per regolare l'altezza. Posizionare il sensore ad ultrasuoni sull'estremità opposta a quella su cui è fissata la barriera magnetica che respinge il carrello.

Formule usate nella procedura

$$F_{\parallel} = \frac{g \cdot h}{l} \quad F_{\perp} = \frac{m \cdot g \cdot \sqrt{l^2 - h^2}}{l}$$

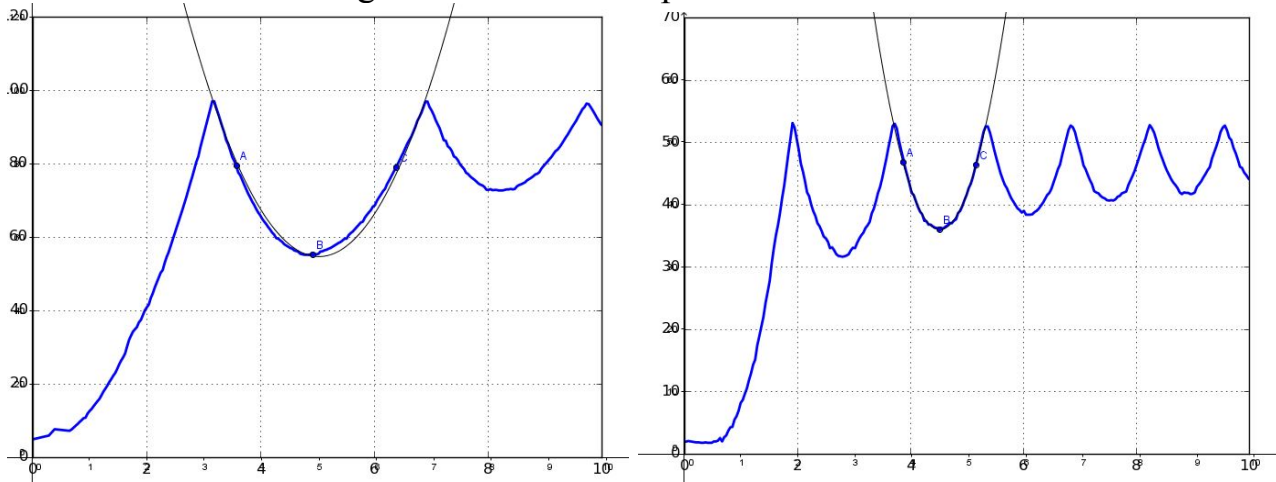
$$m \cdot g \cdot \frac{h}{l} - k \cdot m \cdot g \cdot \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l} = m \cdot a \parallel \rightarrow \text{forza parallela al piano inclinato}$$

Osservazioni:

Se osserviamo l'immagine sottostante, notiamo che se spostiamo la parabola sulle altre (con GeoGebra), si sovrappongono perfettamente, quindi il carrello scendeva

alla stessa accelerazione. I punti cuspidi erano i punti in cui il carrello rimbalzava contro la barra magnetica. Scopriamo anche che **l'interpolazione di Lagrange** ci permette di osservare maggiormente e dimostrare questo fenomeno.

Ecco i risultati ottenuti graficamente dall'esperimento con le due diverse altezze.



E questo è il risultato dell'interpolazione di Lagrange per la seconda accelerazione, ottenuto dal professore con Maxima.

```

wxMaxima 13.04.2 [Lagrange.wxm*]
File Modifica Cella Maxima Equazioni Algebra Calcolo Semplifica Disegno Numerico Aiuto
[ ] (%i1) y0*((x-x1)*(x-x2))/((x0-x1)*(x0-x2))+y1*((x-x0)*(x-x2))/((x1-x0)*(x1-x2))+y2*((x-x0)*(x-x1))/((x2-x0)*(x2-x1));
[ (%o1) (x-x0)(x-x1)y2 + (x-x0)(x-x2)y1 + (x-x1)(x-x2)y0
[ (x2-x0)(x2-x1) + (x1-x0)(x1-x2) + (x0-x1)(x0-x2)
[ (%i2) subst([x0=3.85,y0=46.75,x1=4.48,y1=35.97,x2=5.12,y2=46.31],%o1);... (0 linee nascoste)
[ (%o2) 56.97588582677169 (x-4.48)(x-3.85)-89.21130952380953 (x-5.12)(x-3.85)+58.43019622547178 (x-5.12)(x-4.48)
[ (%i3) expand((%o2));
[ (%o3) 26.19477252843393 x^2-235.3135662729658 x+564.4352143482064
  
```

Di sotto troviamo le formule applicate al grafico

$$y = \frac{1}{2}ax^2 + v_0x + x_0$$

A=2 x coefficiente termine di II grado in cm/s^2

$$A_1 = 24,94 \text{ cm/s}^2$$

$$A_2 = 52,38 \text{ cm/s}^2$$

Conclusion:

Se raddoppiamo l'altezza del piano inclinato la componente parallela al piano della forza peso raddoppia, il carrello è sottoposto da una forza doppia lungo il piano inclinato.

Da come possiamo accorgerci l'accelerazione viene doppia con un errore circa del

3%. L'attrito è potuto diventare trascurabile rispetto alla componente parallela al piano della forza peso perché abbiamo preso due altezze piccole e poco distanti, altrimenti avremmo dovuto tenerne conto nei calcoli. La seconda **legge della dinamica** è stata verificata con successo.

Osservazione:

Il fatto che l'accelerazione risulta leggermente maggiore del doppio è dovuto proprio alla forza d'attrito che, all'aumentare dell'angolo, anche se leggermente, diminuisce.