

IL PENDOLO DI MAXWELL

Andrea Di Micco, Roberta Petroi

Obiettivo: L'obiettivo di questo esperimento è stato quello di verificare e dimostrare la legge della conservazione energetica.

Materiali:

- 2 pendoli di Maxwell
- Sensore Arduino
- Computer con sistema di rielaborazione dati MAXIMA

Procedimento e osservazioni: Una volta ricavate le misure necessarie all'esperimento riportate in tabella in entrambi i pendoli i due dischi sono stati fatti roteare come uno yo-yo mentre un sensore Arduino ha registrato i dati relativi allo spostamento nel tempo del disco in un grafico rielaborato dal computer. Dopo l'effettuazione di una serie di calcoli si è giunti alla dimostrazione vera e propria del principio di conservazione dell'energia.

Dati sperimentali: Per dimostrare la veridicità del principio di conservazione è necessario sapere quali energie sono state messe in gioco in questo sistema; l'energia potenziale del disco (E_p) si è trasformata in energia cinetica (E_c). L'energia cinetica del disco si può ottenere sommando le energie dei due movimenti compiuti dal disco stesso: la traslazione e la rotazione. Quindi:

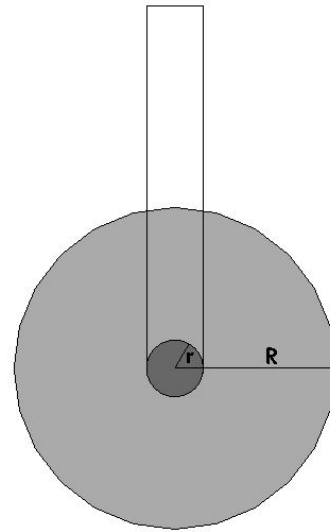
$$E_p = E_c$$

$$E_p = E_{c_{traslazione}} + E_{c_{rotazione}}$$

Sapendo che:

$$E_{c_{traslazione}} = \frac{1}{2} m v^2$$

$$I = m R^2$$



Tuttavia in questo caso sono presenti due raggi (come mostra la figura) quindi la formula diviene:

$$I = \frac{m}{2} (R^2 + r^2)$$

$$\omega = \frac{v}{r}$$

$$E_{c_{rotazione}} = \frac{1}{2} I \omega^2$$

Ora sostituiamo le formule elencate all'equazione di partenza:

$$E_p = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$E_p = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{m}{2} \cdot (R^2 + r^2) \cdot \frac{v^2}{r^2}$$

$$E_p = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{mR^2v^2}{4r^2} + \frac{mv^2}{4}$$

$$E_p = \frac{1}{2}mv^2 \left(1 + \frac{R^2}{2r^2} + \frac{1}{2} \right)$$

$$E_p = \frac{1}{2}mv^2 \left(1 + \frac{R^2 + r^2}{2r^2} \right)$$

Ora analizziamo i dati dei due pendoli uno alla volta:

1 caso

$$m = 0,777 \text{ Kg}$$

$$h = 16,25 \text{ cm}$$

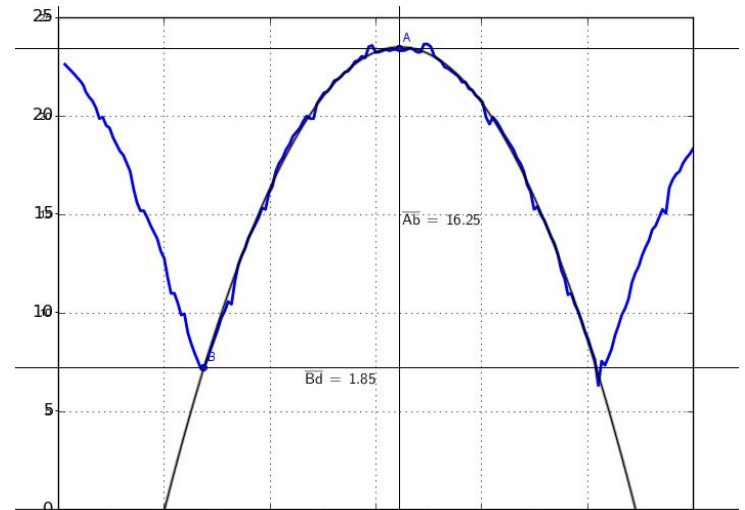
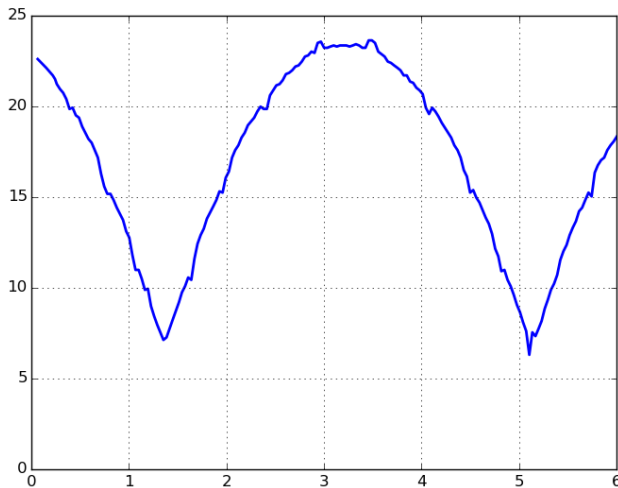
$$t = 1,85 \text{ s}$$

$$a = \frac{2h}{t^2} = 9,49 \text{ cm/s}^2 \quad \text{da cui il coefficiente di } x^2 \text{ } \textit{coef.} = \frac{1}{2}a = 4,74$$

$$R=0,06\text{ m}$$

$$r=0,004\text{ m}$$

$$v=\frac{2h}{t}=0,17\text{ m/s}$$



Sostituendo i dati all'equazione precedente e confrontandola con la formula dell'energia potenziale gravitazionale si ha che:

$$E_p = \frac{1}{2} m v^2 \left(1 + \frac{R^2 + r^2}{2r^2} \right) = 1,28$$

$$E_p = mgh = 1,24$$

In questo caso si è potuto dimostrare il principio di conservazione con un errore minimo.

2 caso

$$m=0,151\text{ Kg}$$

$$h=22,52\text{ cm}$$

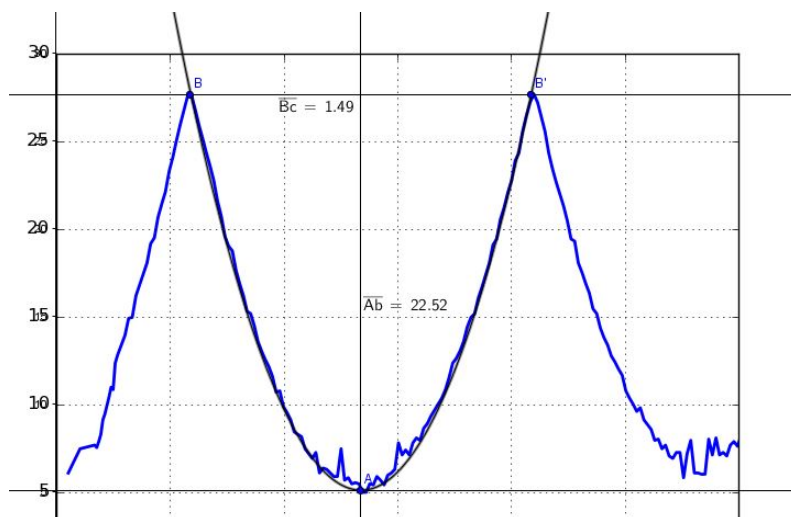
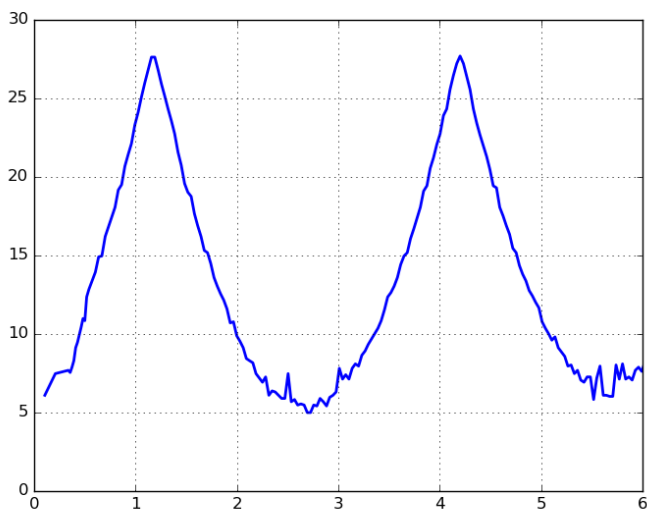
$$t=1,49s$$

$$a=\frac{2h}{t^2}=20,28\text{ cm/s}^2 \quad \text{da cui il coefficiente di } x^2 \text{ coef.}=\frac{1}{2}a=10,14$$

$$R=0,05m$$

$$r=0,005m(0,004m) \quad \text{in quanto il primo dato risulta pi\`u veritiero.}$$

$$v=\frac{2h}{t}=0,3\text{ m/s}$$



Sostituendo i dati all'equazione precedente e confrontandola con la formula dell'energia potenziale gravitazionale si ha che:

$$E_p=\frac{1}{2}mv^2\left(1+\frac{R^2+r^2}{2r^2}\right)=0,35$$

$$E_p=mgh=0,33$$

In questo caso si \`e giunto ad un errore minimo solo modificando un dato iniziale probabilmente ricavato

inaccuratamente. In ogni caso si è potuto dimostrare comunque il principio di conservazione energetica.