Laboratorio di Fisica *Open*: I cilindri ed il piano inclinato

‘Ci si cambia una nazione con centomila ragazzi.
Ma anche diecimila possono bastare per una rivoluzione.
Ogni insegnante è un potenziale bellico più pericoloso di uno Stato,
fusione capace di liberare potenziali atomiche insospettate’

Alessandro D’Avenia, ‘Ciò che inferno non è’

Premessa

Salve ragazze/i! Vi ricordate l’esperimento svolto in classe con una tavoletta ed una pila grande da 1,5 V?

Vi rinfresco la memoria: per studiare il moto uniformemente accelerato, ho preso una tavoletta, l’ho appoggiata sul libro di fisica, ho fatto rotolare la pila lungo il piano inclinato ed ho rappresentato graficamente lo spostamento in funzione del tempo utilizzando il nostro Laboratorio di Fisica *Open.*

Il grafico che ne è risultato è quello di una parabola; quindi abbiamo concluso che il moto della pila è uniformemente accelerato. Abbiamo trovato l’equazione oraria del moto con il metodo di interpolazione di Lagrange[1] e l’aiuto di WxMaxima, ottenendo anche l’accelerazione.

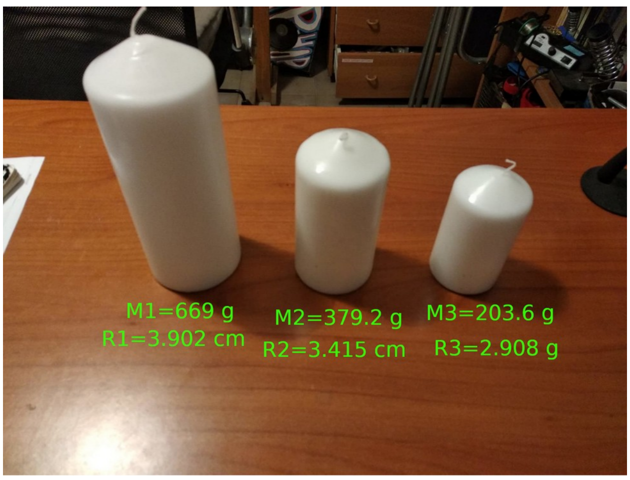
L’obiettivo che ci poniamo a questo punto è di rispondere alle seguente domanda:

> Mantenendo la stessa inclinazione del piano, l’accelerazione cambia se cambiamo le dimensioni dei cilindri?

Pensateci bene, cambia la massa dei cilindri, cambia il raggio…...può l’accelerazione rimanere la stessa?

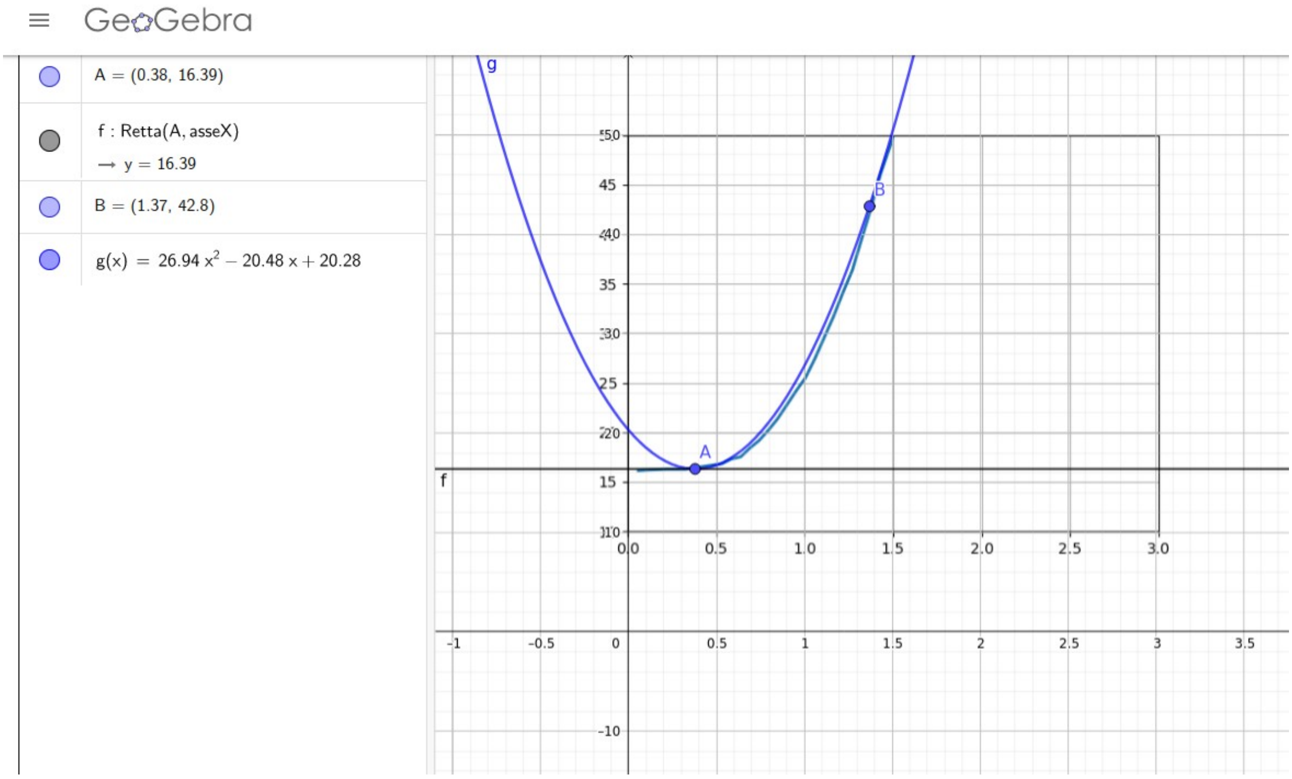
L’esperimento

Ho acquistato una mensola di vetro lunga circa 50 cm a circa 8 euro e tre diverse candele di cera a circa 2 euro:

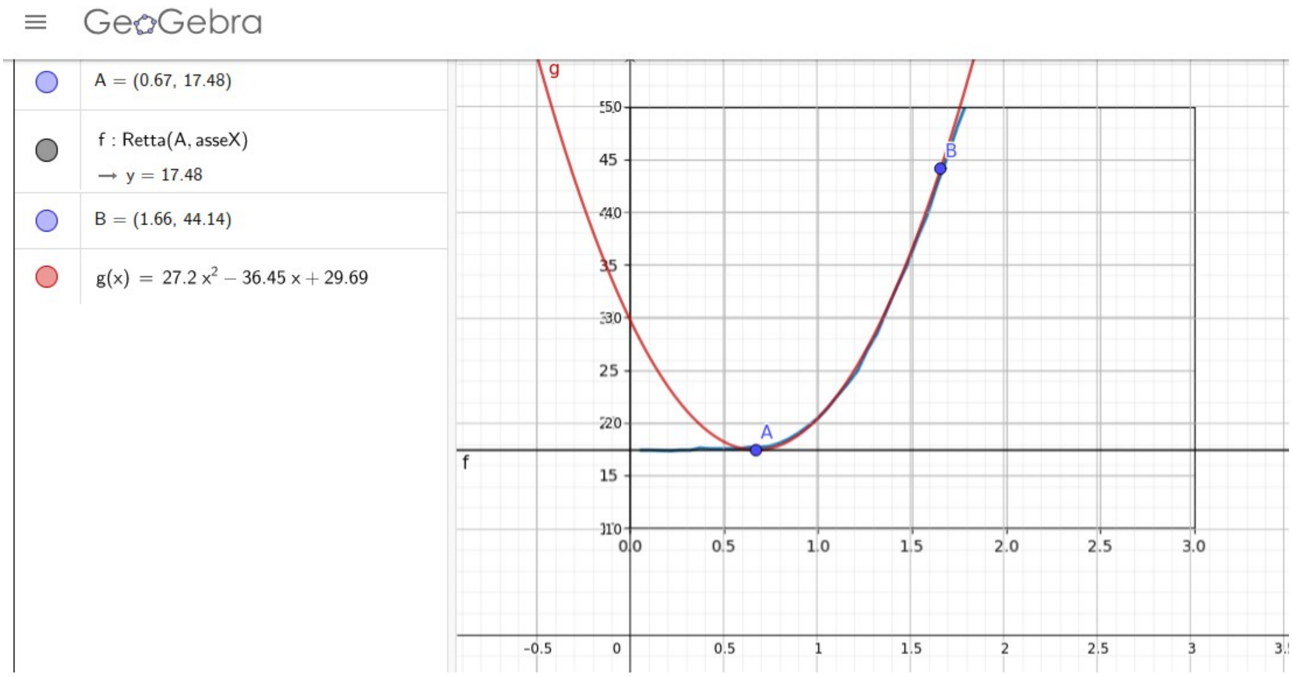


1 http://www0.mi.infn.it/~palombo/didattica/Lab-TNDS/CorsoLab/LezioniFrontali/Lezione3-Interpolazione.pdf

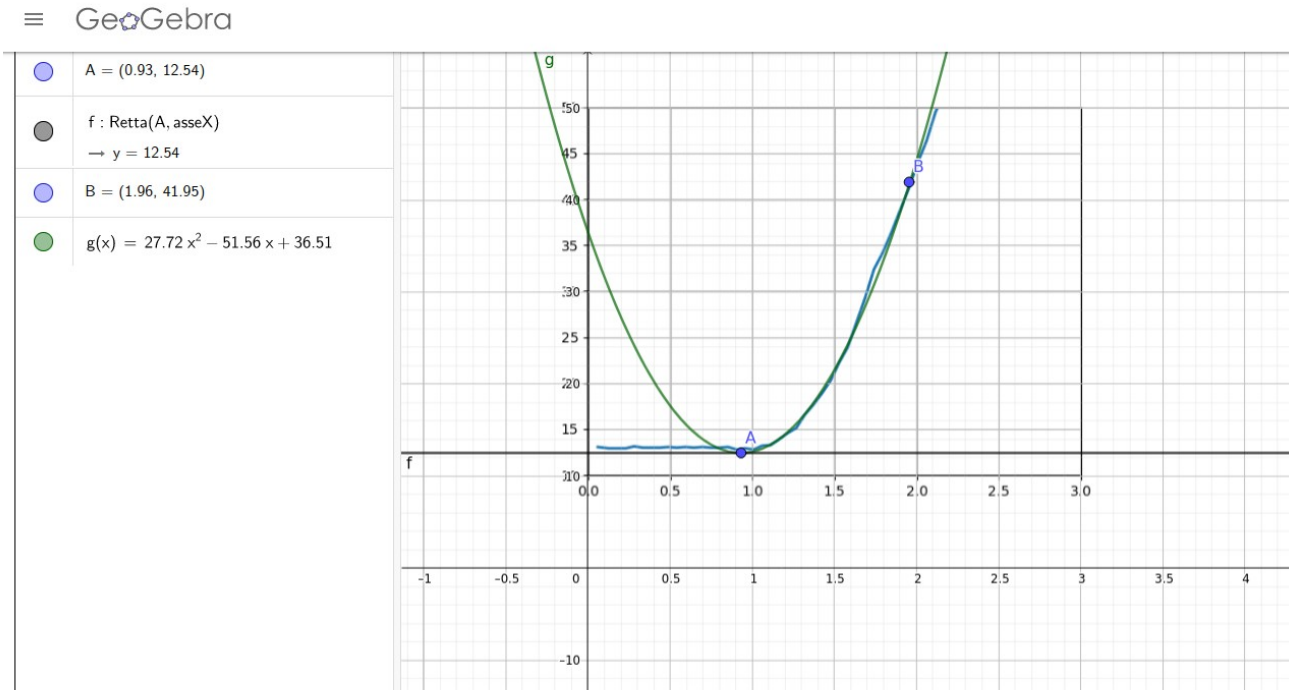
ho utilizzato due libri di Fisica per il piano inclinato ed i grafici ottenuti con il Laboratorio di Fisica *Open* sono i seguenti:



Grande



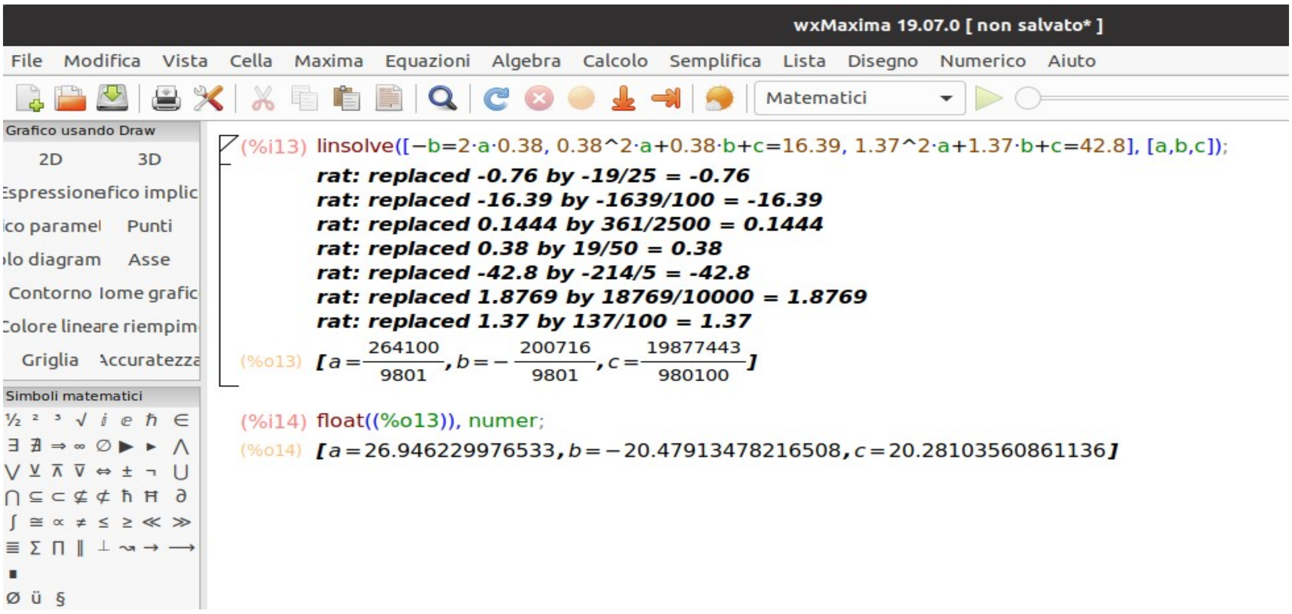
Medio



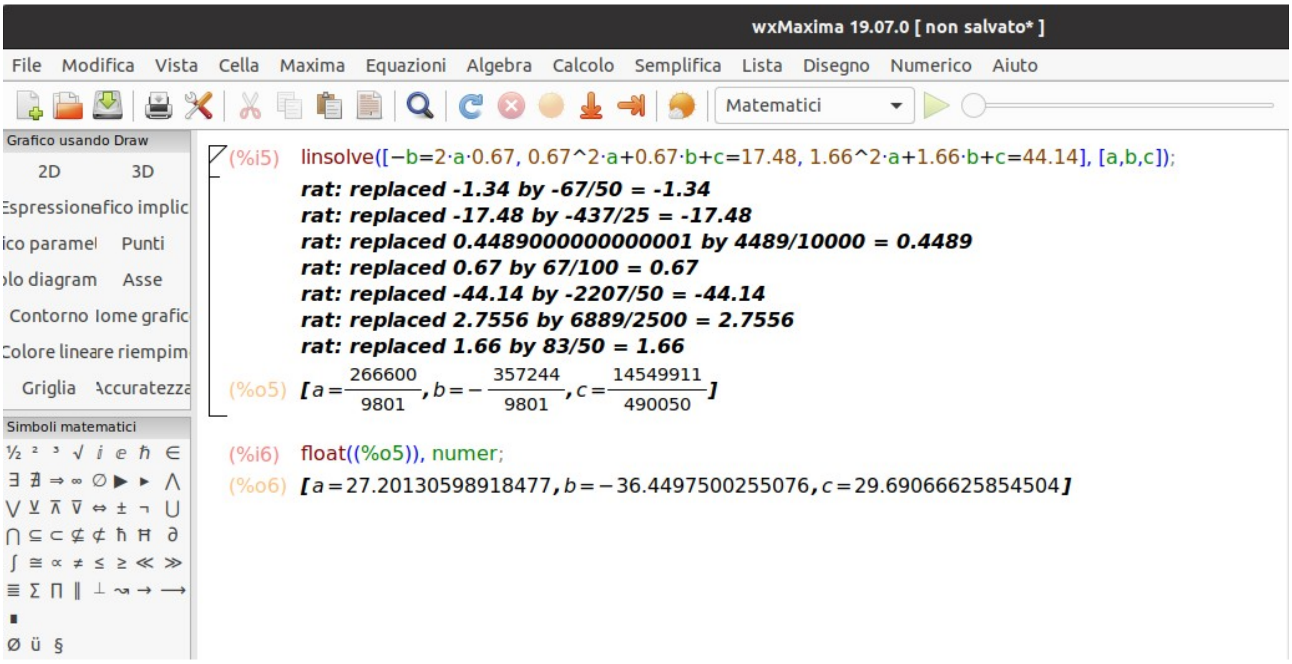
Piccolo

Come potete notare questa volta non ho utilizzato Lagrange per trovare l’equazione della parabola, ma mi sono basato su due punti A e B, sfruttando le proprietà di A che ho considerato il vertice della parabola e B un punto qualsiasi di essa. Quindi ho risolto un sistema di tre equazioni di primo grado (lineare) in tre variabili.

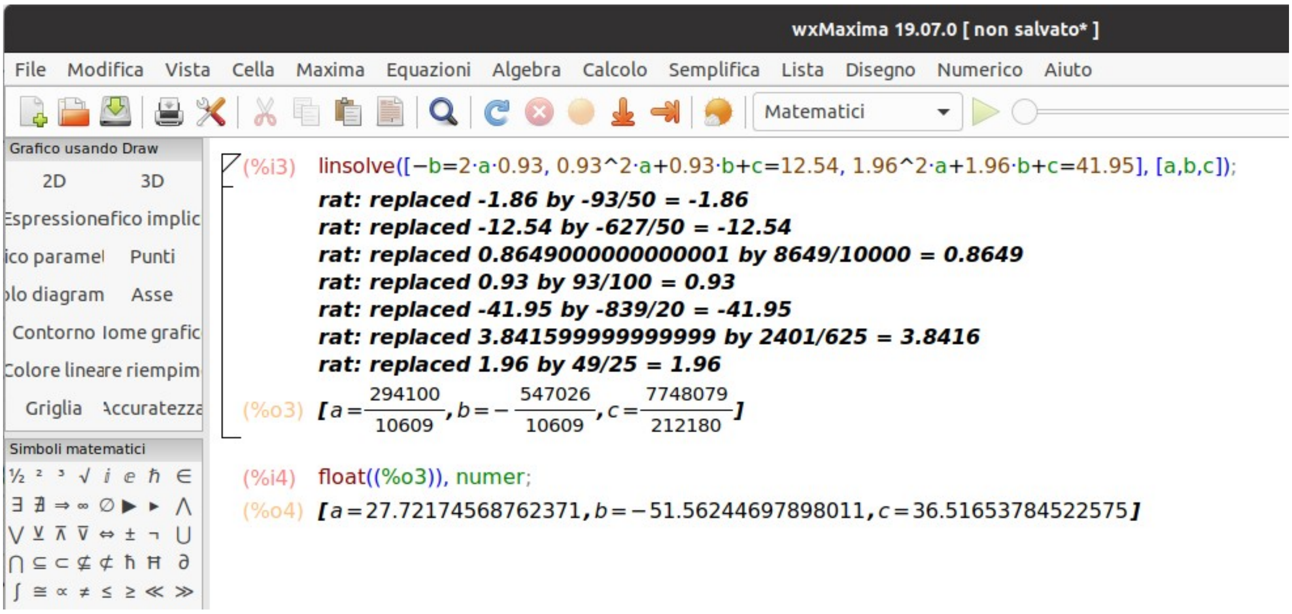
Di seguito trovate i conti:



Grande



Medio



Piccolo

Come si può notare i grafici sono molto simili, in particolare sembra che le tre parabole abbiano la stessa ampiezza….cosa significa?

Avete risposto alla domanda? Bene! A questo punto ho cercato l'accelerazione dei tre cilindri.

Vi ricordo che l'equazione oraria nel moto uniformemente accelerato è del tipo $s=\frac{1}{2}at^2+v_0t+s_0$,

dalle equazioni orarie segue che le accelerazioni dei tre cilindri sono: grande 54 cm/s^2, medio 54 cm/s^2, piccolo 55 cm/s^2.

L'accelerazione media è 54 cm/s^2.

In risposta alla domanda precedente possiamo affermare che i cilindri, dello stesso materiale, nonostante abbiano dimensioni diverse, masse diverse, sono soggetti ad una stessa accelerazione.

Approccio teorico

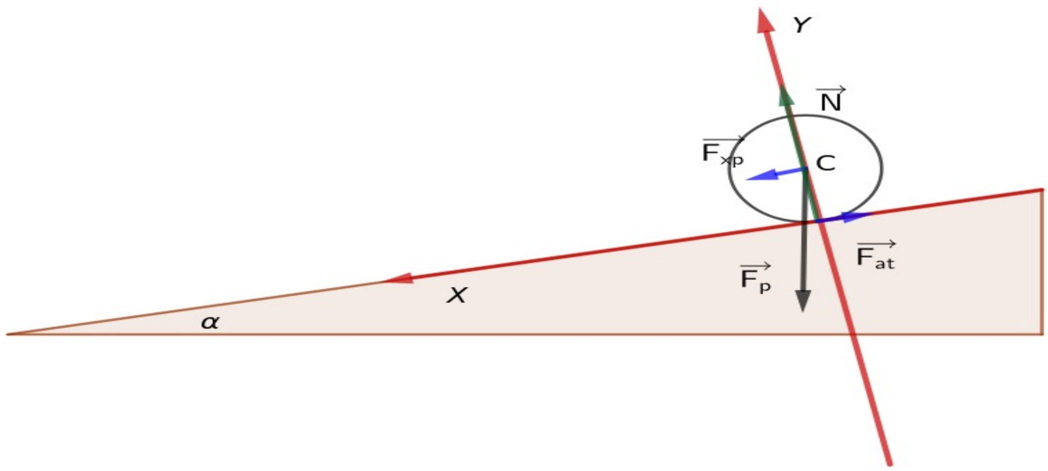
Prendiamo in considerazione un modello ideale dove l'unico attrito che agisce è quello radente e il cilindro tocca lungo una sola retta il piano inclinato.

Se il cilindro rotola senza strisciare (*rotolamento puro*) i punti di contatto del cilindro sono fermi rispetto al piano inclinato; per questo parleremo di forza d'attrito statica.

In questo modello si può dimostrare che anche se c'è attrito l'energia si conserva perché il lavoro della forza di attrito è nullo, dato che i punti di contatto del cilindro sono fermi rispetto al piano e quindi non c'è spostamento.

Secondo questo modello, se noi prendessimo il cilindro su un piano orizzontale e gli dessimo una spintarella nel centro questo rotolerebbe senza fermarsi, all'infinito. Nel caso di assenza di attrito scivolerebbe.

Rappresentiamo lo schema delle forze:



Se scomponiamo le forze sugli assi *x* e *y* si ha:

$$\begin{cases} F_{px} - F_{at} = m\,a_x \\ F_{py} - N = 0 \end{cases}$$

La componente parallela al piano della forza peso (F_{px}) meno la forza di attrito (F_{att}), che determina il rotolamento, produce una accelerazione del cilindro lungo l'asse delle x (a_x).

La componente della forza peso lungo l'asse delle y (F_{py}) viene compensata dalla reazione vincolare (N) perpendicolare al piano quindi a_y=0 m/s^2.

F_{px} è la componente della forza peso parallela al piano e, come sapete, è uguale a $m\,g\sin\alpha$ dove *m* è la massa del cilindro, *g* l'accelerazione di gravità ed α l'angolo del piano inclinato rispetto all'orizzontale.

Sul cilindro agiscono tre forze esterne: la forza peso, la reazione vincolare e la forza d'attrito. Se vado a calcolare il momento delle forze rispetto a C osservo che l'unica forza che ha momento diverso da zero è la forza di attrito e quindi è l'unica forza che causa la rotazione attorno a C (il momento della forza peso è zero perché che il braccio è 0, il momento della reazione vincolare è zero perché il braccio è parallelo alla forza)

F_{at} è la forza di attrito e si esprime quindi come M_C/R, cioè momento della forza rispetto al centro di massa (C) diviso il raggio del cilindro. Il momento $M_C = I \cdot a_\alpha$, dove *I* è il **momento d'inerzia** ed a_α l'**accelerazione angolare.**

Il momento d'inerzia

I, il momento d'inerzia, è una grandezza fisica che interessa i corpi rigidi che ruotano (un corpo rigido è assimilabile ad un sistema di punti materiali con una certa massa, le cui distanze reciproche possono essere considerate costanti nel tempo durante l'esperimento) .

Il momento d'Inerzia ha come unità di misura nel SI $kg \cdot m^2$.

Quando un corpo ruota possiede anche una Energia Cinetica Rotazionale che dipende dal Momento d'Inerzia e la velocità angolare al quadrato. Possiamo affermare che Momento d'Inerzia esprime la resistenza del corpo alla rotazione, come la Massa Inerziale di un corpo (che si misura in SI in kg) puntiforme esprime la resistenza di questo al movimento.

Il momento d'inerzia dipende dalla forma del corpo, dalla distribuzione della massa e dall'asse di rotazione. Se il corpo è omogeneo si hanno formule standard per forme ed assi di rotazione stabiliti.

Nel caso del rotolamento del cilindro $I = \frac{1}{2} m R^2$, dove *m* è la massa del cilindro e *R* è il raggio della base del cilindro.

L'accelerazione angolare e a_x

Il cilindro accelera con accelerazione a_x e questa, nel caso di rotolamento puro, è collegata all'accelerazione angolare a_α dalla relazione seguente: $a_x = R \cdot a_\alpha$ perché uguale all'accelerazione tangenziale di un punto sul bordo del cilindro nel suo moto di rotolamento[2].

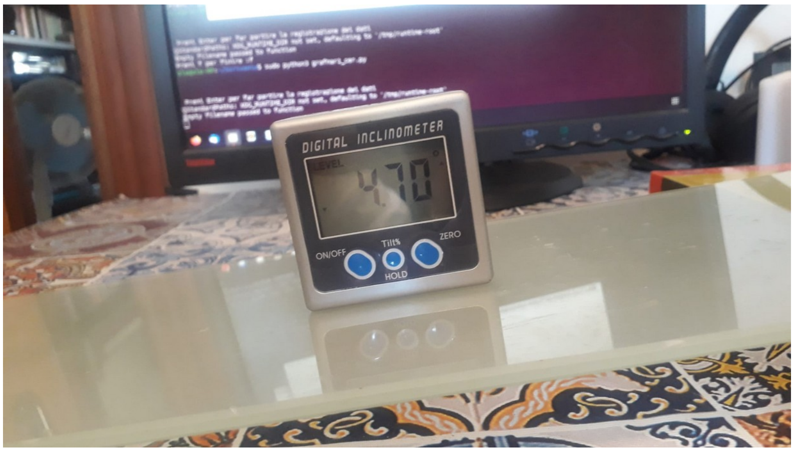
Facciamo i conti …….

$$m g \sin\alpha - \frac{I a_\alpha}{R} = m a_x \rightarrow mg \sin\alpha - \frac{1}{2} m R^2 \cdot \frac{a_\alpha}{R} = m a_x \rightarrow g \sin\alpha - \frac{1}{2} a_x = a_x \rightarrow a_x = \frac{2}{3} g \sin\alpha$$

Secondo la teoria l'accelerazione con la quale scendono i cilindri è indipendente dai loro raggi, dalle masse, dai materiali con cui sono fatti, ma dipende solo dall'angolo.

Ho misurato l'angolo con un inclinometro, ma si può fare anche con una app dello *smartofono:*

2 **https://www.youmath.it/lezioni/fisica/cinematica/3242-accelerazione-tangenziale.html**



L’accelerazione dovrebbe essere $a_x = \frac{2}{3} \cdot 9.81 \cdot \sin(4.7°) = 0.54$ m/s^2.

Possiamo concludere che siamo vicini ad un modello ideale?

A voi la risposta.

Accorgimenti per l’esperimento

Fare partire i cilindri da una distanza fissa di almeno 15 cm dal sensore, utilizzare un righello per fermare il cilindro prima di lasciarlo scendere.

Cambiare il file Python della gestione della misura con quello al link seguente.

Ultime domande per i più curiosi..

1. Se avessi utilizzato cilindri di materiali diversi sarebbe cambiata di molto la cosa?
2. Eppure, quando faccio rotolare un cilindro lungo un piano orizzontale, dopo un po’ si ferma. Perché secondo voi?

Marco Calvani, Liceo ‘Donatelli’ Terni

Annalisa Tiberio, Liceo Artistico di Porta Romana, Firenze

Bibliografia e sitografia

http://www.fisica.uniud.it/irdis/MeccanicaMAD/M9.HTM

http://www.edutecnica.it/meccanica/rotax/8.htm

http://fisica.unipv.it/didattica/attrito/RotDisco.htm

Walker, *Modelli Teorici e Problem Solving*, Vol.1, Pearson